연속적인 세상과 베이즈 추론

측정 노이즈 환경에서의 베이지안 추론 모델

서론: 연속적인 세상

범주형 변수

"버섯이 맞았는가, 아닌가?"
참·거짓으로 나뉘는 이산적 값

연속형 변수

물체의 속도, 소리의 위치,
색의 밝기, 시간 등
연속적인 값을 가지는 정보

베이지안 모델의 세 단계

1. 생성 모델
세상이 관측값을
만들어내는 과정

2. 추론
사전 확률과 가능도를
결합하여 사후 확률 도출

3. 의사결정
사후 확률을 바탕으로
최적의 판단

1단계: 생성 모델과 측정 노이즈

생성 모델 (Generative Model)

세상의 실제 상태가 어떻게 관측값을 만들어내는지를 확률적으로 설명하는 모델

측정 노이즈의 원인

- 신경 전달 과정의 불확실성
- 내부 잡음 (internal noise)
- 감각 기관의 한계

가우시안 분포

중심극한정리에 따라 여러 작은 요인들이
동시에 영향을 미치면 정규분포를 따름

생성 모델의 수식 표현

$$p(x \mid s) = \mathcal{N}(s, \sigma^{2(s)})$$

특정 자극값 s이 주어졌을 때, 측정값 x가 $\mathcal{N}$의 확률은 평균 s, 분산 $\sigma^{2(s)}$인 가우시안 분포를 따름

2단계: 추론 – 사전 확률과 가능도

사전 확률 (Prior)

$p(s)$

자극을 관측하기 전부터 가지고 있는
개호나 경험

예) 조명은 보통 위쪽에서 온다

가능도 (Likelihood)

$p(x \mid s)$

관측된 특정값 x가
각각의 가상 자극 s에서
나왔을 가능성

중요: s에 대한 함수

베이즈 규칙 (Bayes' Rule)

$$p(s \mid x) = p(x \mid s) \cdot p(s) \,/\, p(x)$$

사후 확률 = (가능도 × 사전 확률) / 정규화 상수

사후 확률 (Posterior)

현재의 감각 정보와 과거의 경험을 함께 고려하여 가장 그럴듯한 결론을 내린 결과

가우시안의 결합과 가중 평균

핵심 원리

사전 확률과 가능도가 모두 가우시안 분포일 경우,
사후 확률 역시 **가우시안 분포**가 됨

사후 확률의 평균 (가중 평균)

$$E[s \mid x] = \overline{\lambda^{m}} \cdot x + \lambda_{p} \cdot \mu_{p} \,/\, \lambda^{m} + \lambda^{p}$$

λ^{m}: 1/σ²(측정 정밀도), λ^{p}: 1/σ²(사전 정밀도), μ_{p}: 사전 평균

감각 정보가 정확할 때

노이즈가 적음 → 측정 정밀도 ↑

사후 확률이 **측정값 쪽**으로
더 가까워짐

감각 정보가 부정확할 때

노이즈가 많음 → 측정 정밀도 ↓

뇌가 **사전 확률**(경험)에
더 의존하게 됨

↓ 뇌는 정보의 신뢰도에 따라 각 정보의 비중을 유연하게 조절하는
매우 합리적인 추론 전략을 사용

불확실성과 모델 불일치

확률 분포의 너비 = 불확실성

사전 확률과 가능도를 결합하면 사후 확률의 분산이 더 작아짐

$$\frac{1}{\sigma^{2}_{posterior}} = \frac{1}{\sigma^{2}_{m}} + \frac{1}{\sigma^{2}_{p}}$$

정보를 결합할수록 더 확신을 가지게 됨

모델 불일치 (Model Mismatch)

실제 세상의 생성 과정과 관찰자가 가정한 모델이 다를 때 발생

실제 세상
진짜 생성 과정
(알 수 없는 진실)

관찰자의 모델
가정한 생성 과정
(불완전한 추정)

모델 불일치의 결과

관찰자는 세상의 실제 통계를 완벽하게 알지 못할 수 있음
→ 이론적으로 최적이 아닌 판단을 하게 될 수 있음
→ 하지만 **제한된 정보 내에서는 어전히 합리적인 추론**

실제 적용 사례 및 결론

베이지안 추론의 적용 사례

시각
대비가 낮은 물체가
더 느리게 움직이는
것처럼 보임

→ **정지 상태에 대한**
사전 확률

청각
측면에서 들려오는
소리가 정면 쪽으로
치우쳐 인식됨

→ **정면 방향에 대한**
사전 확률

운동 제어
감각 정보가
부정확할수록
이전 경험에
더 의존

→ **사전 확률의 영향**

정리: 베이지안 추론의 본질

노이즈가 가득한 현실 세계에서
뇌가 **감각 정보**와 **과거 경험**을
가장 합리적으로 결합하는 원리

법정의 판결과 비슷한 원리

✓ 확실한 증거가 많을수록
→ 증거에 의존

✓ 증거가 부족할수록
→ 과거 정보와 정황을 고려